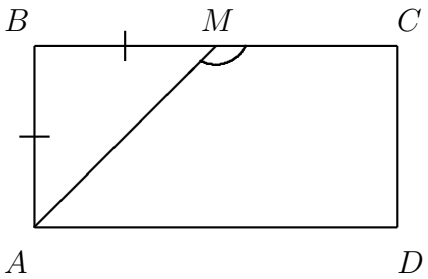
Ministerul Educatiei si Tineretului al Republicii Moldova
Agentia de Evaluare si Examinare
Matematica
Examenul de absolvire a scolii medii de cultura generala, clasa a XI-a, 13 iunie 2008

Timp alocat: 180 minute.

In itemii 1-4 completati spatiile rezervate astfel incat propozitiile obtinute sa fie adevarate.

1. Ordonati crescator numerele $2^{-\frac{1}{2}}; 2\cos\frac{\pi}{2}; \log_{0,5}2$.
Raspuns: $\square$; $\square$; $\square$.

2. In desen $ABCD$ este un dreptunghi. $AB = BM,\ M \in (BC)$. $m(\angle AMC) = \square$.



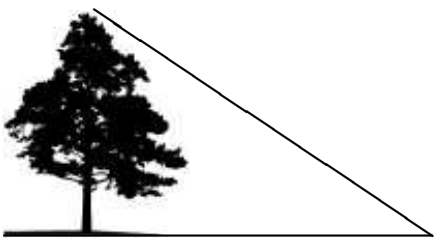
3. Incercuiti litera **A**, daca propozitia este adevarata, sau litera **F**, daca propozitia este falsa.

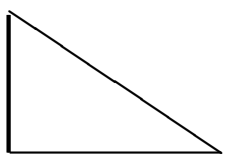
"$|x| > x$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$". $\boxed{A}$ $\boxed{F}$

4. Completati caseta astfel incat propozitia obtinuta sa fie adevarata.

Daca $3^x - 3^y = 0,\ x, y \in \mathbb{R}$, atunici $3^{x-y} = \square$

5. La orele 15:00 stalp cu inaltimea de 3 m are lungimea umbrei egala cu 4,2 m. Determinati inaltimea unui copac, daca se stie ca lungimea umbrei lui la orele 15:00 este de 7,7 m.





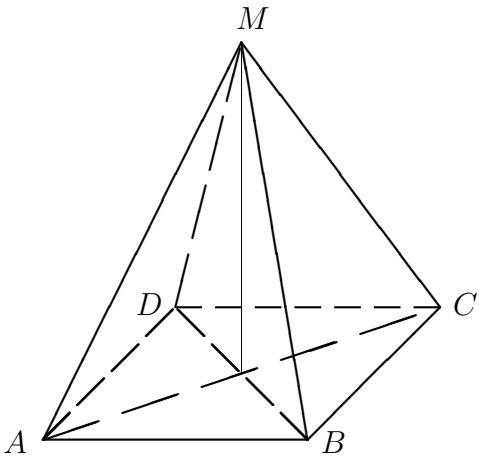
6. Calculati $\sin 2\alpha$, daca se stie ca $\sin\alpha + \cos\alpha = 0,8$.

7. In luna februarie salariul unui muncitor a fost majorat cu 20 % fata de salariul lui din luna ianuarie, iar in martie – a fost majorat cu 10 % fata de luna februarie. Cu cate procente a fost majorat salariul muncitorului in luna martie fata de salariul din luna ianuarie?

8. Scrieti ecuatia tangentei la graficul functiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = -\dfrac{4}{x^2+1}$ in punctul $x_0 = -1$.

9. Rezolvati in $\mathbb{R}$ inecuatia $(x+1)\sqrt{4-x^2} \leq 0$.

10. Determinati volumul piramidei patrulaterale regulate, daca se stie ca lungimea muchiei laterale este egala cu lungimea diagonalei bazei si este egala cu 6 cm.



11. Rezolvati in $\mathbb{R}$ ecuatia $\log_3(3^{4x} - 3^{2x+1} + 3) = 2\log_9 7$.

12. Determinati functia de gradul al doilea, $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, care verifica conditiile: $f'(1) = 3;\ f(2) + f'(2) = 12$ si $\displaystyle\int_0^1 f(x)dx = -\frac{7}{6}$.

Solutii

1. $2^{-\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} > 0,\quad 2\cos\dfrac{\pi}{2} = 2 \cdot 0 = 0,\quad \log_{0,5}2 = -1 < 0$. Prin urmare,

$$\log_{0,5}2 < 2\cos\frac{\pi}{2} < 2^{-\frac{1}{2}}.$$

Raspuns: $\log_{0,5}2;\ 2\cos\dfrac{\pi}{2};\ 2^{-\frac{1}{2}}$.

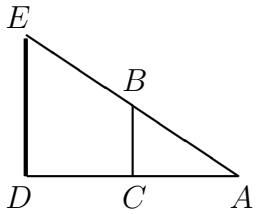
2. Cum $\triangle ABM$ – dreptunghic isoscel, rezulta $\angle BMA = 45^o$ si $\angle AMC = 180^o - 45^o = 135^o$.
Raspuns: 135^o.

3. Fals, deoarece $|x| > x$ are loc pentru orice $x \in \mathbb{R}^*_-$, si nu pentru $\forall x \in \mathbb{R}$.
4. Cum $3^x - 3^y = 0 \ \Rightarrow\ 3^x = 3^y \ \Rightarrow\ x = y$, rezulta

$$3^{x-y} = 3^{x-x} = 3^0 = 1.$$

Raspuns: 1.

5.



Avem: $BC = 3, AC = 4,2$ si $AD = 7,7$. Cum triunghiurile ADE si BCA sunt asemenea, se obtine:

$$\frac{BC}{ED} = \frac{AC}{AD},$$

de unde $ED = \dfrac{BC \cdot AD}{AC}$ si $ED = \dfrac{3 \cdot 7,7}{4,2} = 5,5$ (m).

Raspuns: $5,5$ m.

6. $\sin\alpha + \cos\alpha = 0,8 \Rightarrow (\sin\alpha + \cos\alpha)^2 = 0,8^2 \Rightarrow \sin^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha + \cos^2\alpha = 0,64 \Rightarrow$
$\Rightarrow\ 1 + \sin 2\alpha = 0,64\ \Rightarrow\ \sin 2\alpha = -0,36.$

Raspuns: $-0,36$.

7. Fie salariul din una ianuarie x lei. Atunci salariul din luna februarie $x + \dfrac{20}{100} \cdot x = 1,2x$, iar salariul din luna martie $1,2x + \dfrac{10}{100} \cdot 1,2x = 1,2x + 0,12x = 1,32x$. Alcatuim proportia:

$$x - 100\%,$$

$$1,32x - z\%,$$

de unde $z = 132\%$. Asadar, salariul a fost majorat cu $132\% - 100\% = 32\%$.

Raspuns: cu 32%.

8. Ecuatia tangentei la graficul functiei $f'(x)$ in punctul x_0:

$$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0).$$

Aflam:

a) $f(x_0) = -\dfrac{4}{(-1)^2 + 1} = -\dfrac{4}{2} = -2;$

b) $f'(x) = (-4(x^2+1)^{-1})' = -4 \cdot (-1)(x^2+1)^{-2} \cdot 2x = \dfrac{8x}{(x^2+1)^2};$

c) $f'(-1) = \dfrac{8(-1)}{((-1)^2+1)^2} = \dfrac{-8}{4} = -2;$

d) ecuatia tangentei:

$$y + 2 = -2(x - 1),$$

$$y = -2x + 2 - 2,$$

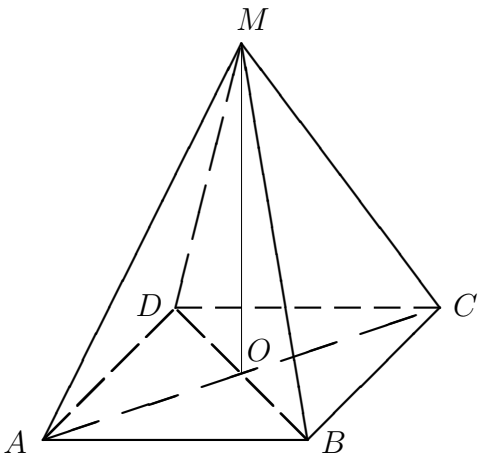
$$y = -2x.$$

Raspuns: $y = -2x$.

9. $(x+1)\sqrt{4-x^2} \leq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} x+1 \leq 0 \\ 4-x^2 > 0 \end{array}\right. \\ 4-x^2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} x \leq -1 \\ -2 < x < 2 \end{array}\right. \\ x = \pm 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2 < x \leq -1 \\ x = \pm 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x \in [-2;-1] \cup \{2\}$.

Raspuns: $x \in [-2;-1] \cup \{2\}$.

10.



Consideram $\triangle MBD$: $MO = h,\ MB = MD = 6$ (cm), $MD = DB = 6$ (cm). Rezulta $\triangle MBD$ – echilateral.

$$h = MO = MD \sin 60^o = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}.$$

Consideram $\triangle ADB$ dreptunghic in A. $AD = AB$, deci, triunghiul este isoscel.

$$AB = BD \sin 45^o = 6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}.$$

Rezulta $A_{ABCD} = AB^2 = (3\sqrt{2})^2 = 9 \cdot 2 = 18$ (cm^2).

Aflam volumul piramidei:

$$V = \frac{1}{3} A_{ABCD} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 18 \cdot 3\sqrt{3} = 18\sqrt{3} \text{ (cm)}^3.$$

Raspuns: $V = 18\sqrt{3}$ (cm^3).

11. $\log_3(3^{4x} - 3^{2x+1} + 3) = 2\log_9 7 \Leftrightarrow \log_3(3^{4x} - 3 \cdot 3^{2x} + 3) = \log_3 7 \Leftrightarrow 3^{4x} - 3 \cdot 3^{2x} + 3 = 7 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 3^{4x} - 3 \cdot 3^{2x} - 4 = 0$.

Notam $3^{2x} = t,\ t > 0$ si ecuatia devine

$$t^2 - 3t - 4 = 0$$

cu solutiile $t_1 = -1$ (nu verifica conditia $t > 0$) si $t_2 = 4$. Asadar,

$$3^{2x} = 4 \ \Leftrightarrow \ 2x = \log_3 4 \ \Leftrightarrow \ 2x = 2\log_3 2 \ \Leftrightarrow \ x = \log_3 2.$$

Raspuns: $x = \log_3 2$.

12. Fie $f(x)=ax^2+bx+c$. Cum $f'(x)=2ax+b$ si $f'(1)=3$, avem $2a+b=3$. Cum $f(2)+f'(2)=12$, iar $f'(2)=4a+b$, avem

$$4a+2b+c+4a+b=12 \qquad \text{sau} \qquad 8a+3b+c=12.$$

Cum $\int\limits_0^1 f(x)dx=\int\limits_0^1(ax^2+bx+c)dx=\left(\frac{ax^3}{3}+\frac{bx^2}{2}+cx\right)\Big|_0^1=\frac{a}{3}+\frac{b}{2}+c$, avem

$$\frac{a}{3}+\frac{b}{2}+c=-\frac{7}{6} \quad \text{sau} \quad 2a+3b+6c=-7.$$

Se obtine sistemul:

$$\begin{cases} 2a+b=3 \\ 8a+3b+c=12 \\ 2a+3b+6c=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b=3 \\ -b+c=0 \\ 2b+6c=-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b=3 \\ -b+c=0 \\ 8c=-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{17}{8} \\ b=-\frac{5}{4} \\ c=-\frac{5}{4} \end{cases}.$$

Asadar, $f(x)=\frac{17}{8}x^2-\frac{5}{4}x-\frac{5}{4}$.

Raspuns: $f(x)=\frac{17}{8}x^2-\frac{5}{4}x-\frac{5}{4}$.

Schema de notare

Scor maxim

- Nr. 1 — 3 puncte
- Nr. 2 — 2 puncte
- Nr. 3 — 2 puncte
- Nr. 4 — 2 puncte
- Nr. 5 — 4 puncte
- Nr. 6 — 4 puncte
- Nr. 7 — 5 puncte
- Nr. 8 — 5 puncte
- Nr. 9 — 8 puncte
- Nr. 10 — 5 puncte
- Nr. 11 — 7 puncte
- Nr. 12 — 9 puncte
- total: 56 puncte